

**BÀI TOÁN TÌM ĐIỂM CỐ ĐỊNH CỦA HỌ ĐƯỜNG CONG
VỚI SỰ TRỢ GIÚP CỦA PHẦN MỀM TOÁN HỌC**
SOLVING THE PROBLEM OF FINDING FIXED POINTS OF CURVES FAMILIES
WITH THE HELP OF MATHEMATICAL SOFTWARE

Trần Quốc Chiến

Trường Đại học Sư phạm, Đại học Đà Nẵng

Phạm Văn Tiến

Học viên Cao học khoá 2005 – 2008

TÓM TẮT

Mục tiêu của bài viết này là nêu bài toán, phân tích, hướng dẫn các bước cơ bản để viết chương trình, xây dựng thủ tục, tạo thư viện dưới dạng file, nạp thủ tục vào bộ nhớ, và gọi một chương trình giải bài toán liên quan đến khảo sát hàm số bằng phần mềm Maple. Từ đó có thể xây dựng nhiều chương trình khác phục vụ cho việc giảng dạy và học tập, đồng thời đưa những thành tựu nổi bật của công nghệ thông tin để hỗ trợ việc đổi mới phương pháp dạy và học theo chủ trương của Bộ Giáo dục & Đào tạo.

ABSTRACT

The paper's aim is formulating, analysing and presenting basic steps to programming, creating storing and loading procedures, solving mathematical problems related to function study by maple software. With this approach, other computer programs may be constructed in order to use the outstanding achievements in information technology to support education innovation and increase education quality in teaching and studying.

Chỉ thị số 58-CT/TW, ngày 17-10-2000 của Bộ Chính trị đã nêu: "... đẩy mạnh ứng dụng và phát triển công nghệ thông tin phục vụ sự nghiệp công nghiệp hoá, hiện đại hoá". Đồng thời Bộ Giáo dục & Đào tạo cũng đưa chủ trương ứng dụng những thành tựu nổi bật của công nghệ thông tin vào việc hỗ trợ đổi mới phương pháp dạy và học ở trường trung học.

Hiện nay có rất nhiều công cụ để giải toán, thậm chí các phần mềm hiện nay có thể giải được rất nhiều bài toán cao cấp ở bậc đại học như Maple, Mathcad, Derive, Mathematica,... Tuy nhiên, để việc dạy và học có hiệu quả hơn, sinh động hơn thì giáo viên cần phải sáng tạo hơn nữa trong việc xây dựng công cụ dạy và học.

1. Tìm điểm cố định của họ đường thẳng hoặc đường cong:

* *Bài toán:* Cho họ đường cong (C_m) có phương trình $y=f(x,m)$, trong đó m là tham số, hãy tìm những điểm cố định khi m thay đổi?

Đây là bài toán rất thông dụng và là một vấn đề trong bài toán khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số.

* Cách giải:

Với một giá trị của tham số m ta được một đồ thị của (C_m) tương ứng. Như vậy khi m thay đổi thì đồ thị (C_m) cũng thay đổi theo 2 trường hợp:

- Hoặc mọi điểm của (C_m) đều di động.
- Hoặc có một vài điểm của (C_m) đứng yên khi m thay đổi.

Những điểm đứng yên khi m thay đổi được gọi là điểm cố định của họ đường (C_m) . Đó là những điểm mà mọi đường (C_m) đều đi qua với mọi giá trị của m .

Nếu $A(x_0, y_0)$ là điểm cố định của đồ thị (C_m) thì $y_0 = f(x_0, m)$ thỏa mãn $\forall m$. Điều này có nghĩa là phương trình $y_0 = f(x_0, m)$ vô định theo tham số m .

Vậy để tìm các điểm cố định của họ đường (C_m) ta thực hiện các bước sau đây:

Đưa phương trình $y = f(x, m)$ về dạng phương trình theo ẩn m dạng

$$Am + B = 0 \text{ hoặc } Am^2 + Bm + C = 0$$

Cho các hệ số bằng 0, ta được hệ phương trình: $\begin{cases} A = 0 \\ B = 0 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} A = 0 \\ B = 0 \\ C = 0 \end{cases}$

Giải hệ phương trình: $\begin{cases} A = 0 \\ B = 0 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} A = 0 \\ B = 0 \\ C = 0 \end{cases}$ (*)

- Nếu hệ phương trình (*) vô nghiệm thì (C_m) không có điểm cố định.
- Nếu hệ phương trình (*) có nghiệm (x_0, y_0) thì điểm có tọa độ (x_0, y_0) là điểm cố định của (C_m) .

* Ví dụ 1: Tìm điểm cố định của một họ đường cong $y = \frac{(m-1)x + m + 2}{x + m + 2}$ (C_m)

Biến đổi (C_m) về dạng:

$$y(x+m+2) = (m-1)x + m + 2 \Leftrightarrow (1+x-y)m + 2 - yx - 2y - x = 0$$

Tọa độ điểm cố định là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} 1+x-y=0 \\ 2-yx-2y-x=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-4 \\ y=-3 \\ x=0 \\ y=1 \end{cases}$$

Vậy có hai điểm cố định: $\begin{cases} x=-4 \\ y=-3 \end{cases}$ và $\begin{cases} x=0 \\ y=1 \end{cases}$

* Ví dụ 2: Tìm điểm cố định của một họ đường cong (C_m)

$$y = x^3 - (m+1)x^2 - (2m^2 - 3m + 2)x + 2m(2m-1)$$

Biến đổi (Cm) về dạng:

$$x^3 - m x^2 - x^2 - 2 x m^2 + 3 x m - 2 x + 4 m^2 - 2 m - y = 0$$

$$\Leftrightarrow (-2 x + 4) m^2 - (x - 1)(x - 2) m + x^3 - 2 x - x^2 - y = 0$$

Tọa độ điểm cố định là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} -2x + 4 = 0 \\ -(x-1)(x-2) = 0 \\ x^3 - x^2 - 2x - y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 0 \end{cases}$$

Vậy có một điểm cố định: $\begin{cases} x = 2 \\ y = 0 \end{cases}$

2. Chương trình trên Maple:

2.1. Các hàm sử dụng cơ bản:

- Hàm numer(g) để trích tử của g.
- Hàm denom(g) để trích mẫu của g.
- Hàm collect(f,m) để nhóm các số hạng có cùng số mũ của biến m trong f.
- Hàm coef(p,x,k) trả về hệ số của x^k của đa thức p.

2.2. Xây dựng thủ tục trong Maple:

```

diemcodinh := proc(k)
local a, b, c, g, f, y, t;
print(`Bài toán tìm điểm cố định của
một họ đường cong`);
g := k;
print(y = g);
print(`-----Bài giải-----`);
print(`Phương trình (Cm) viết về
dạng: `);
f := numer(g) - y * denom(g);
print(f = 0);
f := collect(f, m);
print(f = 0);
a := factor(coeff(f, m^2));
b := factor(coeff(f, m));
c := factor(coeff(f, m, 0));
print(a * m^2 + b * m + c = 0);
print(sort(a * m^2 + b * m + c, m) = 0);
print(`Tọa độ điểm cố định là nghiệm hệ
phương trình: `);
if a = 0 then print({b = 0, c = 0});
else print({a = 0, b = 0, c = 0});
fi;
print(`Giải hệ phương trình này ta được
các điểm cố định`);
print(solve({a = 0, b = 0, c = 0}, {x, y}));
end;

```

Sau khi viết xong thủ tục, gõ enter, chương trình sẽ được biên dịch.

2.3. Lưu thủ tục:

Để đưa thủ tục trở thành thư viện ở dạng file ta dùng lệnh:

Save diemcodinh, `c:\codinh.m`;

2.4. Sử dụng thủ tục đã lưu:

Để nạp thư viện đã có sẵn vào bộ nhớ ta dùng lệnh:

Read `c:\codinh.m`;

Lúc này muốn thực hiện công việc ta chỉ cần gõ lệnh: diemcodinh(f(x,m));

Trong đó f(x,m) là hàm số có tham số m.

Áp dụng vào các ví dụ trên.

** Ví dụ 1:* Tìm điểm cố định của một họ đường cong $y = \frac{(m-1)x+m+2}{x+m+2}$

Ta gõ lệnh: diemcodinh(((m-1)*x+m+2)/(x+m+2));

Kết quả như sau:

Bài toán tìm điểm cố định của một họ đường cong

$$y = \frac{(m-1)x+m+2}{x+m+2}$$

-----Bài giải-----

Phương trình C(m) viết về dạng:

$$m x - x + m + 2 - y (x + m + 2) = 0$$

$$(1 + x - y) m - y (x + 2) - x + 2 = 0$$

$$2 + (1 + x - y) m - y x - 2 y - x = 0$$

$$(1 + x - y) m + 2 - y x - 2 y - x = 0$$

Toạ độ điểm cố định là nghiệm hệ phương trình:

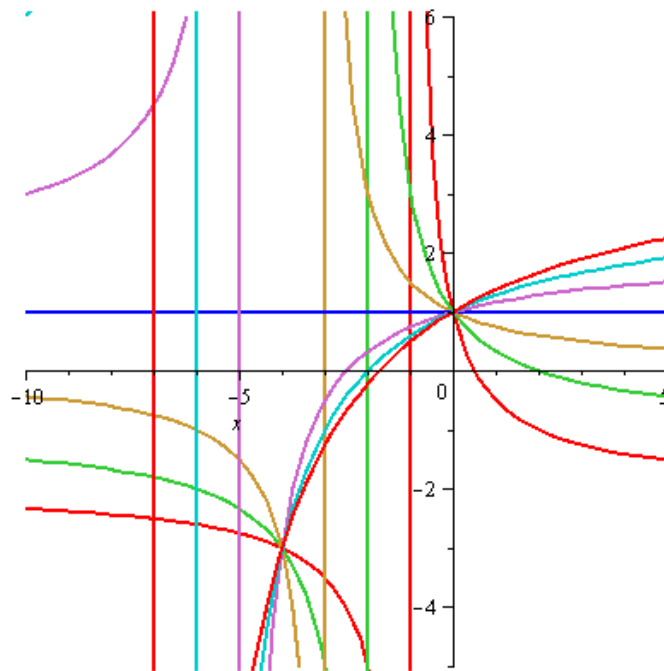
$$\{-y x - 2 y - x + 2 = 0, 1 + x - y = 0\}$$

Giải hệ phương trình này ta được các điểm cố định

$$\{y = -3, x = -4\}, \{x = 0, y = 1\}$$

Để minh họa các đường cong này ta dùng lệnh plot kết hợp với seq như sau:

$$\text{plot} \left(\left[\text{seq} \left(\frac{((m-1) \cdot x + m + 2)}{x + m + 2}, m = -1 .. 5 \right) \right], x = -10 .. 5, -5 .. 6, \text{thickness} = 2 \right);$$



* Ví dụ 2: Tìm điểm cố định của một họ đường cong (C_m)

$$y = x^3 - (m + 1)x^2 - (2m^2 - 3m + 2)x + 2m(2m - 1)$$

Ta gõ lệnh:

$$\text{diemcodinh} (x^3 - (m + 1) \cdot x^2 - (2 \cdot m^2 - 3 \cdot m + 2) \cdot x + 2 \cdot m \cdot (2 \cdot m - 1));$$

Kết quả như sau:

Bài toán tìm điểm cố định của một họ đường cong

$$y = x^3 - (m + 1)x^2 - (2m^2 - 3m + 2)x + 2m(2m - 1)$$

-----Bài giải-----

Phương trình (C_m) viết về dạng:

$$x^3 - m x^2 - x^2 - 2 x m^2 + 3 x m - 2 x + 4 m^2 - 2 m - y = 0$$

$$(-2 x + 4) m^2 + (-2 - x^2 + 3 x) m + x^3 - 2 x - x^2 - y = 0$$

$$(-2 x + 4) m^2 - (x - 1) (x - 2) m + x^3 - 2 x - x^2 - y = 0$$

$$(-2 x + 4) m^2 - (x - 1) (x - 2) m + x^3 - 2 x - x^2 - y = 0$$

Toạ độ điểm cố định là nghiệm hệ phương trình:

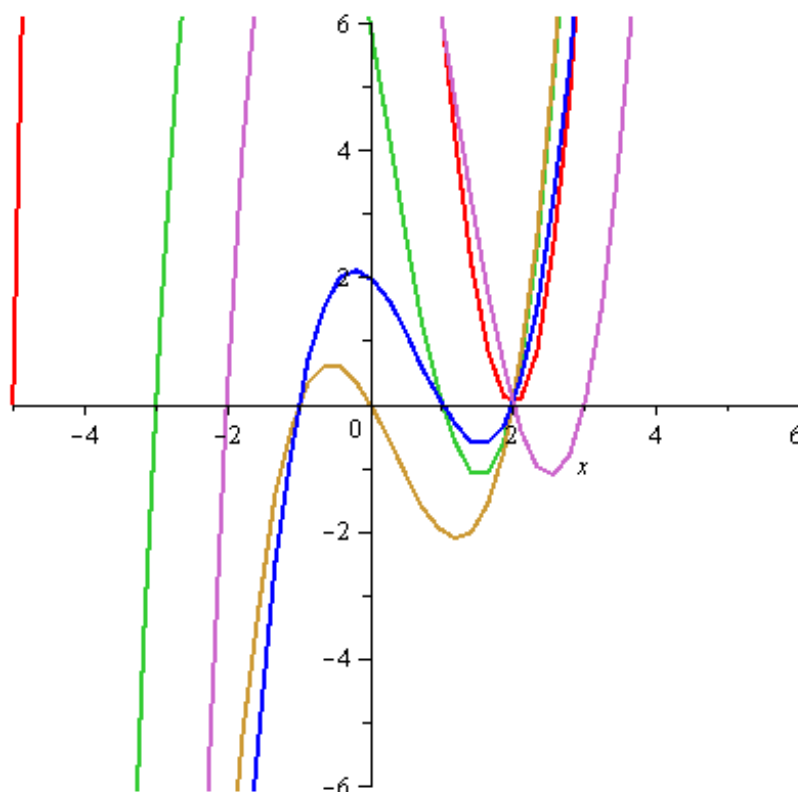
$$\{x^3 - 2x - x^2 - y = 0, -2x + 4 = 0, -(x - 1)(x - 2) = 0\}$$

Giải hệ phương trình này ta được các điểm cố định

$$\{x = 2, y = 0\}$$

Vẽ đồ thị họ đường cong

`plot([seq(x^3 - (m + 1) \cdot x^2 - (2 \cdot m^2 - 3 \cdot m + 2) \cdot x + 2 \cdot m \cdot (2 \cdot m - 1), m = -2 .. 2)], x = -5 .. 6, -6 .. 6, thickness = 2);`



3. Kết luận

Bài viết này đã trình bày các bước cơ bản về lập trình trong Maple, cách viết các thủ tục và tạo thư viện cụ thể. Từ đó có thể xây dựng nhiều chương trình khác phục vụ cho việc giảng dạy và học tập.

Vấn đề ở đây không phải là đi giải một bài toán, mà là xây dựng một công cụ trên máy tính để có được một phương pháp dạy và học tốt hơn. Người giáo viên cần phải chủ động phát huy tối đa khả năng sáng tạo của mình. Qua đó vai trò của người thầy không bị máy móc lấn lướt mà được nâng lên một tầm cao hơn, người thầy của sự sáng tạo trong thời đại công nghệ mới.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] PGS.TSKH. Trần Quốc Chiến - *Giáo trình phần mềm toán học* - 2008 (Lưu hành nội bộ).
- [2] Võ Đại Mau - *Phương pháp giải toán khảo sát hàm số* - NXB Trẻ TP. Hồ Chí Minh, 1997.
- [3] Ngô Thúc Lanh, Ngô Xuân Sơn, Vũ Tuấn - *Giải tích 12* - NXB Giáo dục 2000.
- [4] Nguyễn Văn Quý, Nguyễn Tiến Dũng, Nguyễn Việt Hà (1998), *Giải toán trên máy*

vi tính, NXB Đà Nẵng.

- [5] K. Von Bulow supervised by E.S. Cheb-Terrab. "Equivalence Methods for Second Order Linear Differential Equations." *Master's thesis*, Faculty of Mathematics, University of Waterloo (2000).